

SCIENTIFIC JOURNAL

**HIGHER ECONOMIC - SOCIAL SCHOOL IN
OSTROLEKA**

2/2019(33)

<http://www.sj-economics.com/>

Łomża, 2019

PROGRAMME BOARD

Prof. zw. dr hab. dr H.C. Antoni Mickiewicz - Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, **Prof. David Gerard Alber** - Pennsylvania State University USA, **Prof. Jonathan Tuthill** - Pennsylvania State University USA, **dr hab. Andrzej Borowicz prof. UŁ** - Uniwersytet Łódzki, **prof. James W. Dunn** - Pennsylvania State University USA, **dr hab. Bogusław Kaczmarek prof. UŁ** - Uniwersytet Łódzki, **dr hab. Paweł Mickiewicz, prof. ZUT** – Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, **dr hab. Wojciech Popławski prof. WSB** – Wyższa Szkoła Bankowa w Toruniu, **prof. Enrique Viaña Remis** - University of Castilla-La Mancha Hiszpania, **dr hab. Wojciech Wiszniewski prof. PW** - Politechnika Warszawska, **dr hab. Piotr Bórawski prof. UWM** - Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie, **dr hab. Agnieszka Brelik prof. ZUT** – Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie, **dr hab. Mariola Grzybowska-Brzezińska prof. UWM** - Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie, **dr Manfred Müller** - SiegmundsbürgerHaus Werraquelle GmbH Niemcy, **dr Radosław Szulc** - Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie, **associate professor Volodymyr Ternovsky**, – Tavriya State Agrotechnological University, Ukraina, **dr hab. Elżbieta Jadwiga Szymańska prof. SGGW** - Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, **dr hab. Agnieszka Sapa, prof. UEP** – Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, **dr Kazimierz K. Parszewski** – Ostrołęckie Towarzystwo Naukowe im. A. Chętnika, **dr Marta Bloch** – Wyższa Szkoła Ekonomiczno-Społeczna w Ostrołęce, **dr inż. Iwona Pomianek** – Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie.

DRAFTING COMMITTEE

dr inż. Ireneusz Żuchowski (editor-in-chief), **mgr Kazimierz Krzysztof Bloch** (secretary), **dr Agnieszka Sompolska-Rzechula** (statistical editor), **mgr Alina Brulińska** (language editor), **Jeffrey Taylor** (language editor – English language), **dr hab. Bogusław Kaczmarek prof. UŁ** (theme editor), **dr hab. Andrzej Borowicz prof. UŁ** (theme editor), **dr hab. Piotr Bórawski prof. UWM** (theme editor), **dr hab. Mariola Grzybowska-Brzezińska prof. UWM** (theme editor)

PUBLISHER
HIGHER SCHOOL OF AGRIBUSINESS IN LOMZA
18-402 Łomża, ul. Studencka 19, tel./fax. +48 86 216 94 97
www.wsa.edu.pl



Punkty Informacji Europejskiej w Ostrołęce
Europe Direct



Publikacja wydana ze wsparciem
finansowym
Komisji Europejskiej w ramach projektu
Europe Direct

© Copyright by
HIGHER SCHOOL OF AGRIBUSINESS IN LOMZA
Łomża, 2019
ISSN 2391 - 9167

SCIENTIFIC JOURNAL – nr 2/2019(33)

Gracjan Chrobak

PBN ID: 946675

ORCID ID: 0000-0002-8595-4852

Wyższa Szkoła Bankowa w Poznaniu PBN ID: 2728

Wydział Zamiejscowy w Chorzowie PBN ID: 2730

ZASTOSOWANIE MODELU MILLERA-ORA W PLANOWANIU ŚRODKÓW PIENIĘŻNYCH PRZEDSIĘBIORSTWA

Wstęp

Kategoria środków pieniężnych wyłania się z terminu inwestycji krótkoterminowych, pojmowanych jako aktywa posiadane przez jednostkę w celu osiągnięcia z nich korzyści ekonomicznych w pewien specyficzny sposób,¹ poza jej działalnością operacyjną. Środki pieniężne w jednostce traktowane są jako część aktywów pieniężnych w formie krajowych środków płatniczych, walut obcych i dewiz, poza innymi aktywami finansowymi, płatnymi i wymagalnymi w ciągu 3 miesięcy od dnia ich otrzymania, wystawienia, nabycia lub założenia (lokaty).² Szerszy kontekst nadaje im kategoria aktywów finansowych, przez które należy rozumieć zarówno aktywa pieniężne, w tym środki pieniężne, jak i instrumenty kapitałowe, wyemitowane przez obce jednostki (udziały, akcje, opcje na akcje własne, warranty), uwierzytelniające roszczenia właścicieli kapitału do majątku spółki, pozostałego po zaspokojeniu lub zabezpieczeniu wszystkich wierzycieli, łącznie z wynikającym z kontraktu (umowy) prawem do otrzymania aktywów pieniężnych bądź wymiany instrumentów finansowych z inną jednostką na korzystnych warunkach.³ Użyte sformułowanie „na korzystnych warunkach” odnosi się do transakcji kupna-sprzedaży, skutkujących zwiększonym stanem posiadania aktywów netto po stronie kupującego. W takich realiach rodzi się idea monitorowania „bezpiecznego” salda środków pieniężnych.

¹ To jest na skutek przyrostu wartości tych aktywów, uzyskania z nich przychodów w formie odsetek, dywidend (udziałów w zyskach) lub innych pożytków, w tym również z transakcji handlowej, por. art. 3 ust. 1 pkt 17, Ustawa z dnia 29 września 1994 r. o rachunkowości [Accounting Act of 29 september 1994], Dz. U. 2019, poz. 351 z późn. zm.

² Por. art. 3 ust. 1 pkt 25, Ustawa z dnia 29 września 1994 r. o rachunkowości [Accounting Act of 29 september 1994], dz. cyt.

³ Por. art. 3 ust. 1 pkt 24-26, Ustawa z dnia 29 września 1994 r. o rachunkowości [Accounting Act of 29 september 1994], dz. cyt.

Cel, przedmiot i metoda badań

Celem artykułu jest przeprowadzenie kwartalnej prognozy stanu środków pieniężnych w oparciu o metodę harmoniczną prognozowania trendu, wyznaczenie punktów skrajnych dla postulowanych w analizie harmoniczej nadwyżek i niedoborów środków pieniężnych, dzięki założeniom modelu Millera-Ora. W opracowaniu przyjęto następujące tezy badawcze: 1) budowa n nieliniowych funkcji trygonometrycznych umożliwia „ujęcie” wahań sezonowych gotówki w każdym z kwartałów, a jego poprawność zdaje się potwierdzać niska wielkość wskaźnika zbieżności φ^2 ; 2) poziom wariancji, wyznaczony w metodzie harmoniczej, determinuje dokładność oszacowań w koncepcji Millera-Ora, a jej sprawdzianem wydaje się wynik testu dla wariancji χ^2 .

Składowe w modelu zarządzania środkami pieniężnymi

Kluczowymi wielkościami obrazującymi obszar gotówkowego „zabezpieczenia” przedsiębiorstwa w ramach koncepcji Millera-Ora są (Sierpińska, Wędzki 1997, s. 228-229; Ross, Westerfield, Jordan 1999, s. 670-671; Szyszko (red.) 2000, s. 327): limit dolny *LL* (ang. *Lower Limit*), limit górny *UP* (ang. *Upper Limit*) oraz punkt odnowienia gotówki *CRP* (ang. *Cash Return Point*). Punkt odnowienia gotówki jest opisywany czterema parametrami: *F*- kosztem transferu krótkoterminowych inwestycji w postaci środków pieniężnych w kasie i na rachunkach bankowych oraz papierów wartościowych, niezależnym od skali transferu, *I*- potencjalnym dziennym (miesięcznym, kwartalnym) dochodem z papierów wartościowych, określającym koszty utraconych korzyści wskutek wymogu utrzymywania konkretnej wysokości gotówki w podmiocie, *LL*- dolnym limitem środków pieniężnych i S_E^2 - wariancją dziennego (miesięcznego, kwartalnego) poziomu gotówki, ustaloną w oparciu o dane historyczne bądź planowane wielkości dopuszczalne szeregu czasowego.

Ostatecznie optymalny punkt odnowienia gotówki przybiera postać matematycznej formuły (Sierpińska, Wędzki 1997, s. 229; Ross, Westerfield, Jordan 1999, s. 671; L. Szyszko (red.) 2000, s. 327):

$$RP = \sqrt[3]{\frac{3 * F * S_E^2}{4 * I}} + LL [1].$$

Znajomość wartości optymalnego punktu odnowienia gotówki umożliwia kalkulację kwoty górnego pułapu środków pieniężnych w podmiocie, jako różnicy pomiędzy punktem odnowienia, a dolnym pułapem środków, czyli (Sierpińska, Wędzki 1997, s. 229; Ross, Westerfield, Jordan 1999, s. 671; L. Szyszko (red.) 2000, s. 327): $UL = 3RP - 2LL$ [2].

Mechanizm zarządzania gotówką w przedsiębiorstwie sprowadza się do utrzymania ich stanu w wysokości równej poziomowi określonego jako punkt odnowienia *RP*, za sprawą kolejnych transferów środków pieniężnych i papierów

wartościowych. Dopóki stan gotówki nie przekroczy jej dolnego bądź górnego pułapu, kierownictwo podmiotu nie musi interweniować. Dopiero osiągnięcie stanu dolnego środków pieniężnych przekłada się na zwiększone ryzyko niewypłacalności przedsiębiorstwa. Zadaniem kierownictwa jednostki powinna być wówczas interwencyjna sprzedaż posiadanych papierów wartościowych w wysokości różnicy *RP-LL*. Zabieg ten doprowadzi poziom gotówki do wielkości punktu odnowienia. Z kolei osiągnięcie przez środki pieniężne limitu górnego oznacza ich okresową nadwyżkę, będąc sygnałem do zakupu papierów wartościowych w kwocie odpowiadającej różnicy *UL-RP*, tym samym sprowadzając wielkość gotówki do wyznaczonego poziomu optimum (Ross, Westerfield, Jordan 1999, s. 671-672; L. Szyszko (red.) 2000, s. 327-328).

Prognozowanie wysokości gotówki przy pomocy metody harmonicznej

Do identyfikacji przyszłych stanów gotówki można zastosować dostępne narzędzia prognozy. Na gruncie podejścia analitycznego za jedną z bardziej wyrafinowanych metod projekcji przyszłych wielkości, uwzględniających efekt tzw. periodyczności, uchodzi metoda harmoniczna. Polega ona na budowie modelu w postaci funkcji trygonometrycznych typu *sinus* i/lub *cosinus*, określanych mianem harmonik. Ich liczba jest równa maksymalnie $n/2$ dla n wyrazów szeregu czasowego, przy czym pierwsza harmonika odpowiada długości całego badanego okresu (2π), druga jego połowie (π), itd. (Nowak (red.) 1998, s. 54-55; Cieślak 2005, s. 88).

W zależności od tego, czy w zbiorze danych można wyodrębnić tendencję rozwojową $f(t)$, czy też mamy do czynienia ze stałym poziomem zjawiska α_0 , komponent szeregu przybiera formę wzorów (Cieślak 2005, s. 88-89; Nowak (red.) 1998, s. 56):

$$y_t = f(t) + \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} \left[\alpha_i \sin\left(\frac{2\pi}{n} it\right) + \beta_i \cos\left(\frac{2\pi}{n} it\right) \right] \quad [3]$$

$$y_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} \left[\alpha_i \sin\left(\frac{2\pi}{n} it\right) + \beta_i \cos\left(\frac{2\pi}{n} it\right) \right] \quad [4],$$

gdzie: i - numer harmoniki, α_0 , α_i - parametry modelu, n - ilość obserwacji.

Estymatory modelu szacuje się metodą najmniejszych kwadratów (MNK). Są one równe odpowiednio (Cieślak 2005, s. 88; Nowak 1998, s. 56):

$$a_0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_t, \quad a_i = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n y_t \sin\left(\frac{2\pi}{n} it\right), \quad b_i = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n y_t \cos\left(\frac{2\pi}{n} it\right) \quad [5],$$

[7],

przy czym: a_0, a_i, b_i - oceny parametrów $\alpha_0, \alpha_i, \beta_i$ dla $i=1, \dots, (n/2)-1$.
Dla ostatniej harmoniki ($n/2$) parametr $a_{n/2}$ zawsze wynosi zero, natomiast element $b_{n/2}$ oblicza się zgodnie z formułą (Cieślak 2005, s. 88; Nowak (red.) 1998, s. 56):

$$b_{\frac{n}{2}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_t \cos(\pi t) \quad [8].$$

Docelową liczbę harmonik determinuje długość szeregu czasowego, dla którego konstruuje się model. Należy podkreślić, iż brak korelacji występujący między parą dowolnych harmonik oznacza, iż nie mogą one opisywać jednej i tej samej części wariancji, co pozwala na ich sumowanie. Z reguły nie zachodzi konieczność wzięcia w nim pod rozwagę wszystkich możliwych funkcji sinusoidalnych i/lub kosinusoidalnych. Zazwyczaj w grę wchodzi tylko te harmoniki, które w największym stopniu partycypują w wyjaśnianiu wariancji zmiennej projektowanej. Udział pierwszych ($n/2$)-1 z nich w ogólnej wariancji

można ująć jako ułamek (Cieślak 2005, s. 89; Nowak (red.) 1998, s. 56): $\frac{c_i^2}{2s^2}$

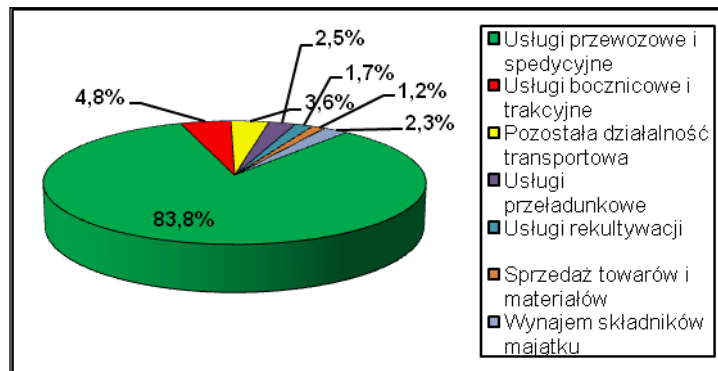
[9], dla $i=1, \dots, (n/2)-1$, a ostatniej jako iloraz (Cieślak 2005, s. 89; Nowak (red.)

1998, s. 57): $\frac{c_i^2}{s^2}$ [10], dla $i=1, \dots, (n/2)$, gdzie: $c_i^2 = a_i^2 + b_i^2$, [11]- wielkość

amplitudy wahań dla $i=1, \dots, n/2$ harmonik, s^2 - ocena wariancji zmiennej y .

Studium optymalizacji poziomu gotówki w przedsiębiorstwie w Cargo S. A. - wyniki badań

Podmiotem dociekań w kwestii odpowiedniego zarządzania gotówką *ex ante* jest Grupa Kapitałowa PKP Cargo S. A. Na dzień bilansowy w jej skład wchodzi: podmiot dominujący PKP Cargo S. A. oraz 26 spółek zależnych. Poza tym Grupa posiada udziały w trzech podmiotach stowarzyszonych oraz w jednym wspólnym przedsięwzięciu.



Rysunek 1. Struktura produktowa przychodów ze sprzedaży Grupy Cargo S. A. w 2018 r. (w %)

Figure 1. Product structure of sales revenues of the Cargo Group Public Co. in 2018 (in %)

Źródło: opracowanie własne na podstawie skonsolidowanego raportu rocznego badanego przedsiębiorstwa, <https://www.pkpcargo.com/pl/relacje-inwestorskie/informacje-finansowe/raporty-finansowe/>, data dostępu 18.06.2019

Source: Own survey on the basis of consolidated annual report of the examined enterprise <https://www.pkpcargo.com/pl/relacje-inwestorskie/informacje-finansowe/raporty-finansowe/>, access date 18.06.2019

Podstawową formą aktywności spółki- matki i jej córek jest transport kolejowy towarów. W 2018 r. usługi przewozowe i spedycyjne stanowiły aż 83,8% ogółu przychodów omawianej Grupy (2017- 84,1%). Oprócz zleceń transportu kolejowego towarów jednostki powiązane uzyskują korzyści ze sprzedaży całej palety usług dodatkowych. Rozkład uzyskanych przychodów ze sprzedaży w ramach tej aktywności mieści się przedziale $<1,2\%;4,8\%>$ łącznych obrotów, gdzie maksimum przypada na usługi bocznikowe i trakcyjne (5,1%- 2017), a minimum na sprzedaż towarów i materiałów (1,1%- 2017).⁴ Kwestię tę ilustruje rysunek 1.

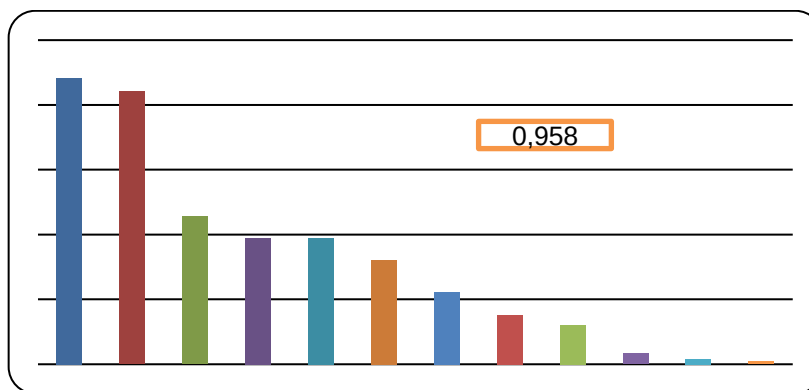
Do optymalizacji najbardziej płynnych aktywów w badanym podmiocie wykorzystano model Millera-Ora. Jego konstrukcję poprzedza prognoza stanu środków pieniężnych w okresie $t+1$ do $t+4$. Szereg czasowy podzielono na dwa podzbiory: inicjalny i kontrolny. Pierwszy z nich posłużył do uzyskania teoretycznych wartości gotówki, bazując na wielkościach rzeczywistych szeregu czasowego z lat 2013-2018. Drugi pozwolił na sprawdzenie „dobroci” ich dopasowania do aktualnych wartości (Szapiro (red.) 2000, s. 210).

Projektując przyszłe kwoty środków pieniężnych zastosowano metodę analizy harmonicznej. Tą drogą dla $n=24$ obserwacji opracowano 12 funkcji

⁴ Por. skonsolidowany raport roczny za 2018 r., <https://www.pkpcargo.com/pl/relacje-inwestorskie/informacje-finansowe/raporty-finansowe/>, data dostępu 18.06.2019, s. 6.

trygonometrycznych typu sinusoidalnego i kosinusoidalnego. Wielkości parametrów składowych α i β tychże równań oszacowano metodą najmniejszych kwadratów, wykorzystując wzory na ocenę parametrów a i b .⁵ Z uwagi na zarysowany trend środków pieniężnych dokonano ustalenia przebiegu tej krzywej, dzięki aplikacji Excela „Dodaj linię trendu”, przy zaznaczeniu opcji „Wyświetl równanie na wykresie” i „Wyświetl wartości R- kwadrat na wykresie”. Tak wybrano funkcję potęgową postaci $y=167.446,68*t^{0,22}$ dla $R^2 = 0,1670$.

Niska wartość współczynnika determinacji dla powyższej krzywej podnosi kwestię zdolności korekcji *status quo* szeregu czasowego przez poszczególne funkcje harmoniczne, reprezentowane przez kolejne harmoniki. Malejącą partycypację i-tej harmoniki w opisie wariancji zmiennej prognozowanej ujawnia rysunek 2. Z rysunku 2 można odczytać, iż największy wpływ na wyjaśnienie przebiegu zmiennej mają 2. i 6. harmonika, z udziałami na poziomie kolejno 0,221 i 0,210, co przekłada się łącznie na 43% sukces w trafności projekcji zdarzeń. Taki rezultat nie wydaje się satysfakcjonujący. Podobnie ma się rzecz z niezadowalającymi wielkościami zdecydowanej większości pozostałych harmonik. Prym wiodą tu o ponad połowę mniej od dwóch pierwszych „kwotowane” harmoniki 1, 7, 12 i 3, a także 5, 9 i 10. Stąd podjęto decyzję o przyjęciu do modelu wszystkich składników funkcji trygonometrycznych, zakładając 95,8% prawdopodobieństwo ujęcia wszystkich czynników oddziałujących na całkowitą wariancję prognozowanych środków pieniężnych.



Rysunek 2. Rozkład udziału i-tej harmoniki w wyjaśnieniu wariancji zmiennej prognozowanej

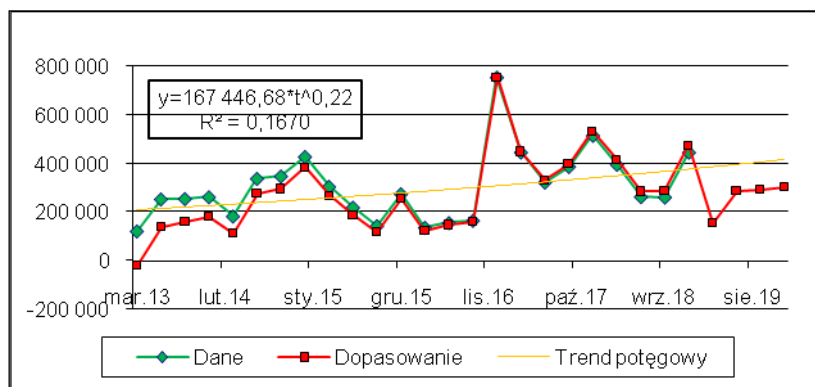
Figure 2. Distribution of the share of i-th harmonic in explaining variance of the forecasted variable

Źródło: Opracowanie własne

Source: Own survey

⁵ Dla 24 obserwacji uzyskano 11 ocen każdego z nich.

Ostatecznie teoretyczne wahania wysokości gotówki w omawianym podmiocie w latach 2013-2018 wraz z jej prognozą na cztery kwartały 2019 r. pokazuje rysunek 3. Obserwując rysunek 3, dość łatwo zauważyć umiarkowany trend wzrostowy środków pieniężnych będących w posiadaniu Grupy. Widać też fluktuacje sezonowe gotówki *in plus* oraz *in minus* od przebiegu krzywej potęgowej w ramach modelu analizy harmonicznej. Śledząc „nachodzące na siebie” wykresy danych empirycznych (dane) i teoretycznych (dopasowanie) szeregu czasowego można postulować dobrą jakość prognozy. Ostatecznie planowane środki pieniężne Grupy w roku 2019 r. zamknęły się w przedziale <154.040;303.242> tys. zł.



Rysunek 3. Dopasowanie prognozowanych wielkości środków pieniężnych do wartości empirycznych w modelu analizy harmonicznej dla Cargo S. A. w latach 2013-2018 (w tys. PLN)

Figure 3. Adjustment of forecasted amounts of cash to empirical values in the harmonic analysis model for Cargo Public Co. in 2013-2018 (in thous. PLN)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie sprawozdań finansowych opisywanego podmiotu
Source: Own study on the basis of financial statements of the depicted enterprise

Otrzymane wartości prognozy poddano w kroku drugim weryfikacji ich trafności (tabela 1). Dla całego szeregu czasowego obliczono odchylenie standardowe błędu prognozy (SE), sumę kwadratów błędów SSE i całkowitą sumę kwadratów SST. Odchylenie standardowe błędu prognozy (SE) kształtuje iloraz sumy kwadratów odchyleń wielkości teoretycznych od empirycznych i liczby wyrazów w zbiorze danych (Nowak (red.) 1998, s. 80). W badanym okresie wyniosło ono 53 437,78 tys. PLN. Dzieląc SSE i SST przez siebie, otrzymano wskaźnik zbieżności ϕ^2 równy 0,142, świadczący o niewielkich odchyleniach wartości prognozowanych od rzeczywistych.⁶

⁶ Jego odwrotnością jest współczynnik determinacji R^2 wynoszący w tym przypadku 0,858, por. B. Guzik, *Wstęp do teorii prognozowania i symulacji* [Introduction to forecasting and simulation]

Natomiast w obszarze kontrolnym obliczono średni błąd kwadratowy (ang. *Mean Square Error- MSE*), bezwzględny błąd procentowy (ang. *Mean Absolute Percentage Error- MAPE*) i współczynnik Theila. Omawiając je kolejno, błąd *MSE* pokazuje wielkość odchyłeń aktualnych od prognozowanych, podniesione do kwadratu, podzieloną przez liczbę obserwacji w podzbiorze weryfikacji błędów. Równał się on $480\,513 \cdot 1000$ PLN. Wskaźnik *MAPE* przedstawia udział absolutnej różnicy między wielkościami teoretycznymi i empirycznymi szeregu w i-tej wartości rzeczywistej, podzielony przez liczbę wyrazów podzbioru. Wielkość równa 0,06 świadczy o wysokiej korelacji obu krzywych. Wreszcie miernik *Theila* jest modyfikacją *MAPE*, gdzie w liczniku mamy kwadrat odchyłeń wielkości teoretycznych od empirycznych, a w mianowniku kwadrat wartości rzeczywistych. Współczynnik ten jest równy zero, przy dobrym dopasowaniu wielkości postulowanych do aktualnych. Tak właśnie jest w omawianym przypadku (Szapiro (red.) 2000, s. 210-212; Cieślak 2005, s. 49-53). Ostatecznie prognozę można przyjąć, jeżeli poziom pierwiastka średniego błędu kwadratowego wariancji *MSE* w podzbiorze kontrolnym jest mniejszy bądź równy poziomowi *SE* w całym zbiorze, co udało się uzyskać.

Tabela 1. Zestawienie błędów predykcji
Table 1. Summary of prediction errors

Dla całego szeregu czasowego For the entire time series		Dla okresu kontrolnego For the control period	
SE	53 437,78	MSE	$480\,513 \cdot 1000$
SSE	6,8534E+10	MAPE	0,06
SST	4,8311E+11	THEIL	0,00
ϕ^2	0,142		

Źródło: Opracowanie własne
Source: Own study

Sprawdziwszy dokładność oszacowań wielkości środków pieniężnych w projektowanym roku 2019, można przejść do wyznaczania przedziałów maksymalnych i minimalnych wartości gotówki wraz z punktem jej odnowienia w wybranym kwartale. Dane do ich wyliczenia zawiera tabela 2. W tabeli 2 wariancja kwartalna stanu środków ($2.855.965 \cdot 1000^2$) opiera się na wariancji błędów prognozy (Nowak (red.) 1998, s. 80). Kwartalną stopę zwrotu równą 0,72% w okresie *t* obliczono na bazie przeciętnego kształtowania się stóp zwrotu

theory], AE, Poznań 2008, s. 65-66; M. Cieślak (red.), *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania [Economic forecasting. Methods and applications]*, dz. cyt., s. 46.

10- letnich obligacji EDO2019 w latach 2013-2018.⁷ Kwartalną prowizję maklerską w wysokości 0,90% pozyskano z tabeli opłat i prowizji maklerskich dla zleceń składanych przez System Internetowy Biura Maklerskiego ING Banku Śląskiego.⁸ Ostatecznie kwartalny koszt transferu wyniósł niecałe 2,8 mln zł, przekładając się na pułap dolny *LL* i górny *UL* stanu gotówki- każdorazowo na poziomie blisko 138 mln zł i 419,5 mln zł, z punktem odnowienia *RP* rzędu prawie 231,8 mln zł.

Tabela 2. Obliczenia amplitudy wahań środków pieniężnych w podejściu Millera-Ora
Table 2. Calculations of the amplitude of cash fluctuations in the Miller-Or approach

Średnia arytmetyczna środków pieniężnych w kwartale (Cash mean in quarter)	308 997
Wariancja kwartalna stanu środków (Quarterly variance of Cash)	2 855 596 655
Stopa zwrotu w badanym okresie (Rate of return over the period)	0,72%
Kwartalna prowizja maklerska (Quarterly broker's commission)	0,90%
Koszt transferu w omawianym okresie (The cost of transfer during the period)	2 781
Limit górny (<i>UL- Upper limit</i>)	419 519
Limit dolny (<i>LL- Lower limit</i>)	137 900
Punkt odnowienia (<i>CRP- Cash Return Point</i>)	231 773

Źródło: Opracowanie własne na podstawie: M. Sierpińska, D. Wędzki, Zarządzanie płynnością finansową w przedsiębiorstwie, PWN, Warszawa 1997, s. 233

Source: Own study on the basis: M. Sierpińska, D. Wędzki, Financial liquidity management in an enterprise, PWN, Warszawa 1997, p. 233

Zważywszy na rolę przyjętej trzymiesięcznej wariancji salda środków w precyzowaniu punktów zwrotnych modelu Millera-Ora na poziomie istotności α

⁷ Zob. więcej na ten temat <http://www.obligacjeskarbowe.pl/oferta-obligacji/obligacje-10-letnie-edo/edo1219/>, data dostępu [access date] 18.06.2019.

⁸ Por. https://www.ing.pl/_files/1112100, data dostępu [access date] 18.06.2019.

= 0,05 i $n = 24$ obserwacji zweryfikowano jej wysokość, bazując na parametrycznym teście dla wariancji χ^2 o rozkładzie normalnym z nieznanymi wielkościami średniej m i odchylenia standardowego σ w populacji generalnej (Sobczyk 1994, s. 159). Zgodnie z hipotezą H_0 założono, że wariancja kwartalna stanu środków jest mniejsza od wartości granicznej wynoszącej $2.855,597 \cdot 10^6$ mln zł w zaokrągleniu, wobec alternatywnej, że jest od niej większa. Ponieważ $\chi^2_{stat} = 24,0$ jest mniejsze od $\chi^2_{kryt} = 35,17$, nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy H_0 , że okresowa wariancja salda gotówki jest mniejsza od wariancji granicznej. Odpowiednie informacje na ten temat zebrano w tabeli 3.

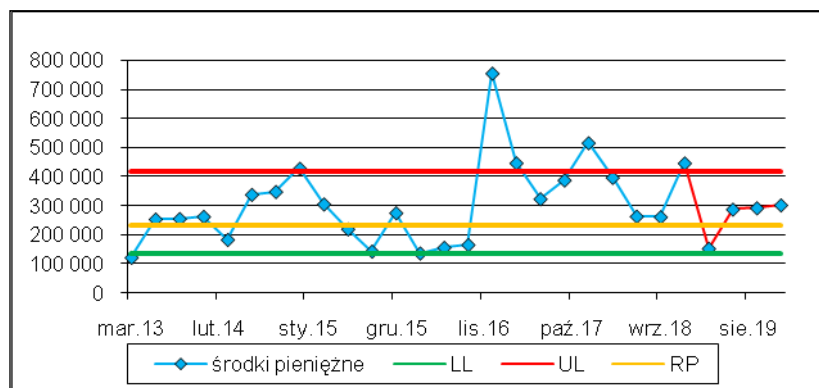
Podsumowaniem dotychczasowych rozważań jest graficzny wykres wahań gotówki w czasie pokazany na rysunku 4. Widoczne są na nim fluktuacje środków pieniężnych w latach 2013-2018. Ostatnie cztery elementy szeregu tworzą prognozę płynności na 2019 r. W jej ramy wpisano postulowane *minima* i *maxima* wysokości gotówki w badanym okresie. W żadnym z czterech kwartałów nie powinno dojść do przekroczenia skrajnych wielkości, co wydaje się świadczyć o racjonalnym podejściu do gospodarowania środkami pieniężnymi w podmiocie.

Tabela 3. Sprawdzenie poprawności wyznaczenia kwoty wariancji środków pieniężnych χ^2
Table 3. Checking the correctness of determining the amount of cash variance χ^2

Poziom istotności (Significance level) alfa	0,05
Liczba obserwacji (Number of observations) n	24
Wartość graniczna wariancji stanu środków (Threshold value for cash variance)	2 855 596 650
Wariancja kwartalna stanu środków (Quarterly variance of cash balance)	2 855 596 655
χ^2 krytyczne (critical)	35,17
χ^2 statystyczne (statistical)	24,00

Źródło: Por. M. Sobczyk, Statystyka, PWN, Warszawa 1994, ss. 159-160.

Source: Compare M. Sobczyk, Statistics, PWN, Warszawa 1994, pp. 159-160.



Rysunek 4. Wahania środków pieniężnych GK Cargo S. A. w latach 2013-2018 i ich projekcja na 2019 r. w korytarzu (w tys. PLN)

Figure 4. Fluctuations of cash in GK Cargo Public Co. in the years of 2013-2018 with their projection for 2019 in the cash corridor (in thous. PLN)

Źródło: Opracowanie własne na podstawie raportów omawianej jednostki, por. M. Sierpińska, D. Wędzki, Zarządzanie płynnością finansową w przedsiębiorstwie, PWN, Warszawa 1997, s. 234

Source: Own study on the basis of reports of the discussed unit, compare M. Sierpińska, D. Wędzki, Financial liquidity management in an enterprise, PWN, Warszawa 1997, p. 234

Gdyby tak się stało, przy osiągnięciu maksimum przedsiębiorstwo powinno dokonać zakupu aktywów finansowych w kwocie powyżej 187,7 mln zł (419.519-231.773), a przekraczając minimum zbyć je za sumę prawie 93,9 mln PLN (231.773-137.900).

Podsumowanie

Model Millera-Ora służy potrzebom zarządzania środkami pieniężnymi, minimalizując koszt utraconych korzyści ich utrzymania w jednostce. Dzięki obliczeniom kwot górnego i dolnego pułapu gotówki buduje się korytarz, po przekroczeniu którego konieczna staje się korekta kursu płynności finansowej- na zasadzie interwencyjnego zakupu bądź sprzedaży aktywów finansowych. Wielkość zakupów papierów wartościowych wytycza odległość między limitem górnym gotówki *UL* a jej punktem odnowienia *RP*, podczas gdy poziom ich sprzedaży określa dystans między punktem odnowienia *RP* a dolną granicą środków pieniężnych *LL*.⁹ Największy wpływ na dwa ostatnie elementy modelu mają decyzje kierownictwa w odniesieniu do ustalenia dolnego limitu środków,

⁹ G. Gołębiowski, *Model Millera-Ora a optymalizacja wielkości salda gotówkowego* [Miller-Or's model and optimization of the size of the cash balance], [w:] „Analiza i kontrola finansowa” [Financial analysis and control], <https://analizafinansowa.pl/planowanie-i-prognozowanie/model-milleraorra-a-optymalizacja-wielkosci-salda-gotowkowego-3033.html>, data dostępu [access date] 18.06.2019.

jak i dokładność oszacowania wysokości stanu środków pieniężnych w przyszłości z punktu widzenia poziomu wariancji. W omawianym przykładzie progową wartość gotówki przyjęto z kwartału, w którym wskaźnik płynności gotówkowej w badanym horyzoncie był najmniejszy. Z kolei w orzekaniu co do prawidłowości obliczonej wariancji przydatny wydaje się parametryczny test istotności χ^2 dla rozkładu normalnego z niewiadomymi wartościami średniej m i odchylenia standardowego σ w populacji generalnej, w którym hipoteza zerowa zasadza się na twierdzeniu, iż wariancja kwartalna stanu środków jest mniejsza od wartości granicznej, przyjętej przez badacza. Ostatecznie dbałość o jakość prognozy gotówki implikuje wybór bardziej wyrafinowanych narzędzi prognostycznych. Za takie uważa się analizę harmoniczną, gdzie poza możliwością uwzględnienia trendu kształtowania się danego zjawiska, konstrukcja nieliniowych funkcji trygonometrycznych pozwala „uchwycić” wahania sezonowe gotówki w każdym z kwartałów. Daje to szansę na minimalizację odchyleń między wartościami teoretycznymi i aktualnymi składników szeregu czasowego, a tym samym na dobre dopasowanie modelu, co potwierdza niski poziom współczynnika zbieżności ϕ^2 .

Bibliografia

1. Cieślak M. (red.), *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania* [Economic forecasting. Methods and applications], PWN, Warszawa 2005
2. Gołębiowski G., *Model Millera-Ora a optymalizacja wielkości salda gotówkowego* [Miller-Or's model and optimization of the size of the cash balance], [w:] „Analiza i kontrola finansowa” [Financial analysis and control], <https://analizafinansowa.pl/planowanie-i-prognozowanie/model-milleraorra-a-optymalizacja-wielkosci-salda-gotowkowego-3033.html>, data dostępu [access date] 18.06.2019
3. Guzik B., *Wstęp do teorii prognozowania i symulacji* [Introduction to forecasting and simulation theory], AE, Poznań 2008
4. https://www.ing.pl/_files/1112100, data dostępu [access date] 18.06.2019
5. <http://www.obligacjeskarbowe.pl/oferta-obligacji/obligacje-10-letnie-edo/edo1219/>, data dostępu [access date] 18.06.2019
6. <https://www.pkpcargo.com/pl/relacje-inwestorskie/informacje-finansowe/raporty-finansowe/>, data dostępu [access date] 18.06.2019
7. Nowak E. (red.), *Prognozowanie gospodarcze. Metody, modele, zastosowania, przykłady* [Economic forecasting. Methods, models, applications, examples], Warszawa 1998
8. Ross S. A., Westerfield R. W., Jordan B. D., *Finanse przedsiębiorstwa* [Corporate finance], Dom Wydawniczy ABC, Łódź 1999
9. Sierpińska M., Wędzki D., *Zarządzanie płynnością finansową w przedsiębiorstwie* [Financial liquidity management in an enterprise], PWN, Warszawa 1997
10. Sobczyk M., *Statystyka* [Statistics], PWN, Warszawa 1994
11. Szapiro T. (red.), *Decyzje menedżerskie z Excelem* [Managerial decisions using Excel], PWE, Warszawa 2000
12. Szyszko L. (red.), *Finanse przedsiębiorstwa* [Corporate finance], PWE, Warszawa 2000
13. Ustawa z dnia 29 września 1994 r. o rachunkowości [Accounting Act of 29 september 1994], Dz. U. 2019, poz. 351 z późn. zm

APPLICATION OF THE MILLER-OR'S MODEL IN PLANNING CASH AMOUNTS OF AN ENTERPRISE

Summary

The Miller-Or model is used to determine the optimal level of cash balance of a unit. The foundation of the aforementioned concept is to create such a pattern of cash that would be able to ensure the expected level of financial liquidity, implying adequate cash managing. It leads to monitoring the fluctuation of cash amounts within the corridor of "optimal" values thereof when taking appropriate action during "leaving" it.

Keywords: cash, Miller-Or's model, harmonic method, planning, seasonality, χ^2 test

Streszczenie

Model Millera-Ora służy określeniu optymalnego poziomu salda gotówkowego w jednostce. U podstaw wzmiankowanej koncepcji leży stworzenie takiego wzorca gotówki, który byłby w stanie zapewnić oczekiwany poziom płynności finansowej, implikując odpowiednie zarządzanie środkami pieniężnymi. Sprowadza się ono do monitoringu fluktuacji kwot gotówki w ramach utworzonego przez model korytarza jej „optymalnych” wartości i podejmowania stosownych czynności w sytuacji jego „opuszczenia”.

Słowa kluczowe: środki pieniężne, model Miller-Ora, metoda harmoniczna, planowanie, sezonowość, test χ^2

JEL Classification: C13, C22 i G32

Adres do korespondencji - Correspondence address:

Dr Gracjan Chrobak

Wyższa Szkoła Bankowa w Poznaniu,
Wydział Zamiejscowy w Chorzowie,
Instytut Naukowy Finansów i Rachunkowości
ul. Sportowa 29, 41-506 Chorzów